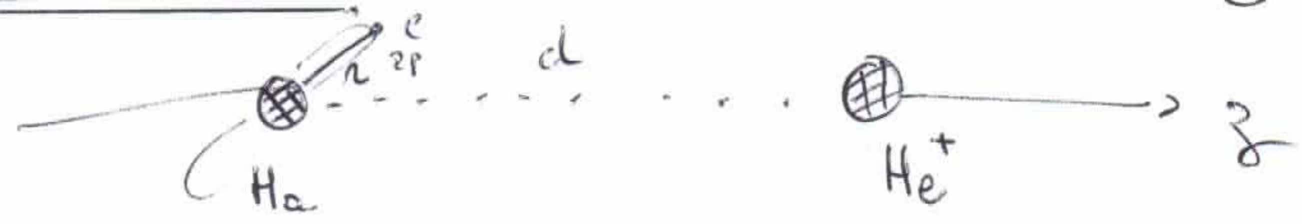
CORRECTION PB STARK



A| 1) ni Fine ni Hyperfine ⇒ n et ℓ et m_ℓ

2) $n=2$ ⇒ $m\ell = 0, \mp 1$, $\ell = 0, 1$ ⇒ $\left\{ |200\rangle\ |210\rangle\ |211\rangle\ |21-1\rangle \right\}$

B; * 3 vecteurs pour $\ell = 1$ P_z ; P_x ; P_y
$|210\rangle$ $|211\rangle$ $|21-1\rangle$

oui ils sont vecteurs propres

$$H_o |n\ell\rangle = E_{n,\ell} |n\ell\rangle$$

avec ici $E_{n\ell} = -13,6 \dfrac{Z^2}{n^2}$ et $n=2$

3) valeurs propres quadruple $E_{\substack{n=2\\ Z=1}} = -\dfrac{13,6}{4} = -3,4\,eV$

1 energie 4 etats quantiques ⇒ VP. degenerées

B| 1) $\vec{E} = E\,\vec{e_z} = \dfrac{e}{4\pi\varepsilon_0} \times \dfrac{\vec{e_z}}{d^2}$ ← distance H_a^* à H_e^+

2) $W_{s_{2p}} = q\,\vec{E}\cdot\vec{r} = \overset{-e}{\overset{\parallel}{q}}\, \dfrac{e}{4\pi\varepsilon_0} \times \dfrac{\vec{r}\cdot\vec{e_z}}{d^2} = \left(\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right) \dfrac{r}{d^2}\cos\theta$ ← $A>0$

3) Forme en notation de DIRAC

$$\langle n'\ell' m'_\ell | \frac{Ar}{d^2}\cos\theta | n\ell m_\ell \rangle = \frac{A}{d^2} \langle R_{n'\ell'} | r | R_{n\ell} \rangle \times \langle Y_{\ell' m'_\ell} | \cos\theta | Y_{\ell m_\ell} \rangle$$

les 16 elements sont donc : $\dfrac{A}{d^2} \langle R_{n'\ell'} | r | R_{n\ell} \rangle \langle Y_{\ell' m'_\ell} | \cos\theta | Y_{\ell m_\ell} \rangle$

CORRECTION PB 1 SUITE

Notation integrale

$$\langle \psi' | \frac{Ar}{d^2} \cos\theta | \psi \rangle = \frac{A}{d^2} \int_0^{\infty} R^*_{n'l'}\, r^3\, R_{nl}\, dr \times \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} Y^*_{l'm_l'} \cos\theta \sin\theta\, Y_{lm_l}\, d\theta\, d\varphi$$

$$\langle \psi' | \frac{Ar}{d^2} \cos\theta | \psi \rangle = \frac{A}{d^2} \int_0^{\infty} R_{2l'}\, r^3\, R_{2l}\, dr \times 2\pi \int_0^{\pi} Y^*_{l'm_l'}\, Y_{lm_l} \cos\theta \sin\theta\, d\theta$$

(... Puis utiliser les Formule données),

4) $\langle Y_{ij} | \cos\theta | Y_{ij} \rangle = 0$

ici pour $l=1$, $m_l=\pm1,0$: $= C^{te} \int_0^{\pi} \cos^3\theta \sin\theta\, d\theta$ $m_l=0$

ou $c^{ste} \int_0^{\pi} \cos\theta \sin^3\theta\, d\theta$ $m_l=\pm1$

$\langle Y_{ij'} | \cos\theta | Y_{ij'} \rangle$ sont toutes nulles SAUF

$j = j'$ et $\Delta(i,i') = \pm 1$

ie: $\langle Y_l^{m_l} | \cos\theta | Y_{l-1}^{m_l} \rangle$ et $\langle Y_l^{m_l} | \cos\theta | Y_{l+1}^{m_l} \rangle$

idem $\langle Y_{l-1}^{m} | \cos\theta | Y_l^{m} \rangle$ et $\langle Y_{l+1}^{m} | \cos\theta | Y_l^{m} \rangle$

Soit:

ici

$\langle 210 | \cos\theta | 200 \rangle \neq 0$

$\langle 200 | \cos\theta | 210 \rangle \neq 0$

$\boxed{\text{NB}: \begin{cases} l' = l \pm 1 \\ m_l' = m_l \end{cases}}$

• $\langle 210 | \cos\theta | 200 \rangle = \int_0^{\pi} B \cos^2\theta \sin\theta \times \frac{1}{\sqrt{4\pi}}\, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$

$= 2\pi \frac{B}{\sqrt{4\pi}} \left[-\frac{\cos^3\theta}{3} \right]_0^{\pi} = \frac{2\pi B}{\sqrt{4\pi}} \left(\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) \right)$

$= \frac{\sqrt{4\pi}\, B}{3} \equiv \langle 200 | \cos\theta | 210 \rangle$

orrection suite

s deux elts de matrice non nuls sont donc

$$\langle 210 | W_S | 200 \rangle = \frac{\gamma A}{d^2} \times \frac{B}{3} \times \sqrt{4\pi}$$

$$= \sqrt{4\pi}\,\frac{\gamma AB}{3\,d^2} = \frac{K}{d^2} = \langle 200 | W_S | 210 \rangle$$

) NON ELLE N'EST PAS DIAGONALE DANS CETTE BASE
NON CAR " " "

)

$$\begin{array}{cccc} |200\rangle & |210\rangle & |211\rangle & |21-1\rangle \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{K}{d^2} & \begin{pmatrix} 0 & (0) \\ (0) & 0 \end{pmatrix} \\ \frac{K}{d^2} & 0 & \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & & \begin{pmatrix} 0 & (0) \\ (0) & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$$

) PAR CONTRE $|211\rangle$ et $|21-1\rangle$ sont vecteurs propres

l FAUT DIAGONALISER

$$A = \begin{pmatrix} 0 & K/d^2 \\ \frac{K}{d^2} & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \det(A - \lambda I) = 0$$

$$\begin{vmatrix} -\lambda_+ & \frac{K}{d^2} \\ \frac{K}{d^2} & -\lambda \end{vmatrix} = 0 = \lambda^2 - \frac{K^2}{d^4} \qquad \boxed{\lambda_\pm = \pm \frac{K}{d^2}}$$

c) vecteurs propres : $(A - \lambda_+) V_+ = 0$

$$\Rightarrow -\lambda x + \frac{K}{d^2} y = 0 \Rightarrow x = y \Rightarrow |V_+\rangle^* = |200\rangle + |210\rangle$$

normalisé $|V_+\rangle$ $1/\sqrt{2}\,(|200\rangle + |210\rangle)$

Corr suite :

idem pour $\lambda_- = -\frac{K}{d^2}$ $\quad |V_-\rangle^* = |200\rangle - |210\rangle$

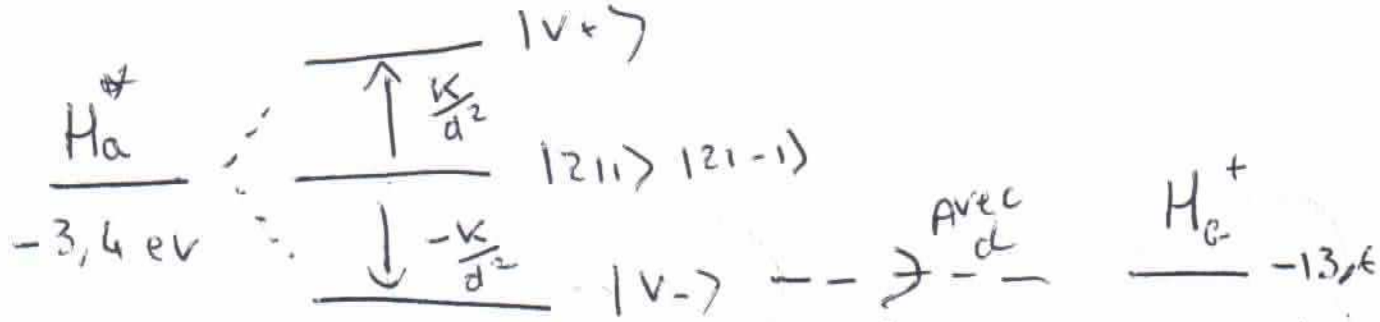
norm $|V_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|200\rangle - |210\rangle\right)$

dans cette base : $\{ |V_+\rangle ; |V_-\rangle ; |211\rangle ; |21-1\rangle \}$

la matrice est diagonale :

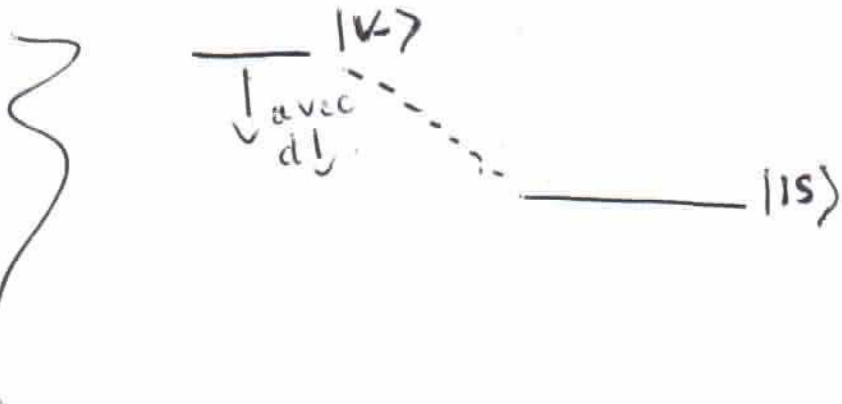
$$H_S = \begin{pmatrix} \frac{K}{d^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K}{d^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7)



+ $d \downarrow$ et plus l'état associé à $|V_-\rangle$ tend vers l'état 1s de H_b^+ (du point de vue énergie)

$\Rightarrow$ si on diminue d on doit pouvoir former un état lié entre H_a^* et H_b^+ soit la molécule : H_2^+



S8– 19. Fusion nucléaire dans le Soleil

1. En tenant des lois de conservation, les nucléides à identifier sont respectivement le deutérium ${}^2_1H$ et l'hélium 3 ${}^3_2He$.

2. Le taux de défaut de la somme des masses des particules par seconde, associée au rayonnement du Soleil, vaut :

$$\dot{\mu} = \frac{\mathcal{P}_r}{c^2} = \frac{3,9 \times 10^{26}}{9 \times 10^{16}} = 4,33 \times 10^9 \ \mathrm{kg \cdot s^{-1}}$$

3. La variation de la somme des énergies de masse est :

$$-\mu c^2 = \sum_f m_f c^2 - \sum_i m_i c^2 = m_{Ar} c^2 + m_e c^2 - m_{Cl} c^2$$

avec $\mathcal{E}_{l,Cl} = 17\, m_p c^2 + 20\, m_n c^2 - m_{Cl} c^2$ et $\mathcal{E}_{l,Ar} = 18\, m_p c^2 + 19\, m_n c^2 - m_{Ar} c^2$. Par conséquent, l'énergie de liaison de la réaction est :

$$\mathcal{E}_l = \sum_f m_f c^2 - \sum_i m_i c^2 = 18\, m_p c^2 + 19\, m_n c^2 - \mathcal{E}_{l,Ar} + m_e c^2 - 17\, m_p c^2 - 20\, m_n c^2 + \mathcal{E}_{l,Cl}$$

soit :

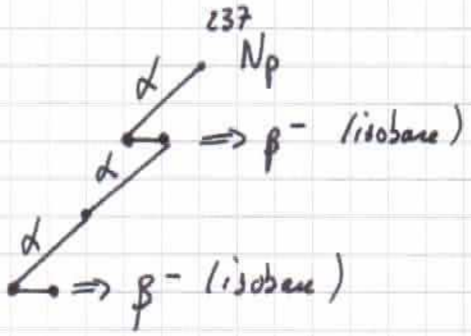
$$\mathcal{E}_l = m_p c^2 - m_n c^2 + m_e c^2 + \mathcal{E}_{l,Cl} - \mathcal{E}_{l,Ar}$$

En effectuant, on trouve pour $\mathcal{E}_l$ et pour l'énergie libérée Q :

$$\mathcal{E}_l = \sum_f m_f c^2 - \sum_i m_i c^2 = 815,4 \ \mathrm{keV} \quad \text{d'où} \quad Q = -815,4 \ \mathrm{keV}$$

Une telle réaction est endoénergétique.

Produit de désintégration



$$^{237}_{93}Np \longrightarrow \, ^{233}_{91}Pa + \, ^{4}_{2}\alpha$$

$$^{233}_{91}Pa \longrightarrow \, ^{233}_{92}U + \, ^{0}_{-1}\beta^- + \bar{\nu}$$

$$^{233}_{92}U \longrightarrow \, ^{229}_{90}Th + \, ^{4}_{2}\alpha$$

$$^{229}_{90}Th \longrightarrow \, ^{225}_{88}Ra + \, ^{4}_{2}\alpha$$

$$^{225}_{88}Ra \longrightarrow \, ^{225}_{89}Ac + \, ^{0}_{-1}\beta^- + \bar{\nu}$$